

EXERCICE A. OBSERVATION D'UN SATELLITE (5 pts, 53 minutes)

Mots-clés : deuxième loi de Newton ; période de révolution ; lunette astronomique.

Orbite d'un satellite Starlink**1. Justifier à l'aide de la deuxième loi de Newton que le mouvement du satellite est uniforme.**Système : {Satellite Starlink} de masse m Référentiel : géocentrique considéré galiléen

Inventaire des forces :

uniquement la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre

Deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$$

$$\frac{G.m.M_T}{OS^2} \cdot \vec{u}_n = m\vec{a} \quad \text{où } \vec{u}_n \text{ est un vecteur unitaire radial et centripète}$$

$$\vec{a} = \frac{G.M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}_n$$

Dans le repère de Frenet, $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{u}_\tau + \frac{v^2}{R_T + h} \cdot \vec{u}_n$

Par analogie entre ces deux expressions de \vec{a} , on en déduit que $\frac{dv}{dt} = 0$.

Le mouvement du satellite Starlink est bien uniforme si la trajectoire est considérée circulaire.

2. Définir puis exprimer la période de révolution T en fonction de la vitesse v_s du satellite, du rayon terrestre R_T et de l'altitude h du satellite.

La période de révolution T est la durée nécessaire pour que la satellite parcourt son orbite circulaire de périmètre $2\pi \cdot (R_T + h)$.

Ainsi $v_s = \frac{2\pi \cdot (R_T + h)}{T}$, soit $T = \frac{2\pi \cdot (R_T + h)}{v_s}$

3. À l'aide de la deuxième loi de Newton, exprimer $R_T + h$ en fonction de G , M_T et v_s .

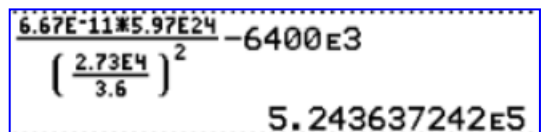
Par analogie entre les deux expressions de \vec{a} , on déduit aussi que $\frac{v_s^2}{R_T + h} = \frac{G.M_T}{(R_T + h)^2}$

$$v_s^2 = \frac{G.M_T}{(R_T + h)} \quad \text{donc } (R_T + h) = \frac{G.M_T}{v_s^2}$$

4. Calculer l'altitude h du satellite. Commenter.

$$h = \frac{G.M_T}{v_s^2} - R_T$$

$$h = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{\left(\frac{2,73 \times 10^4}{3,6}\right)^2} - 6400 \times 10^3 = 5,24 \times 10^5 \text{ m} = 524 \text{ km.}$$



Handwritten calculation showing the final result: $5.243637242E5$

Ce résultat est en accord avec les données qui donnaient h comprise entre 340 et 1 200 km.

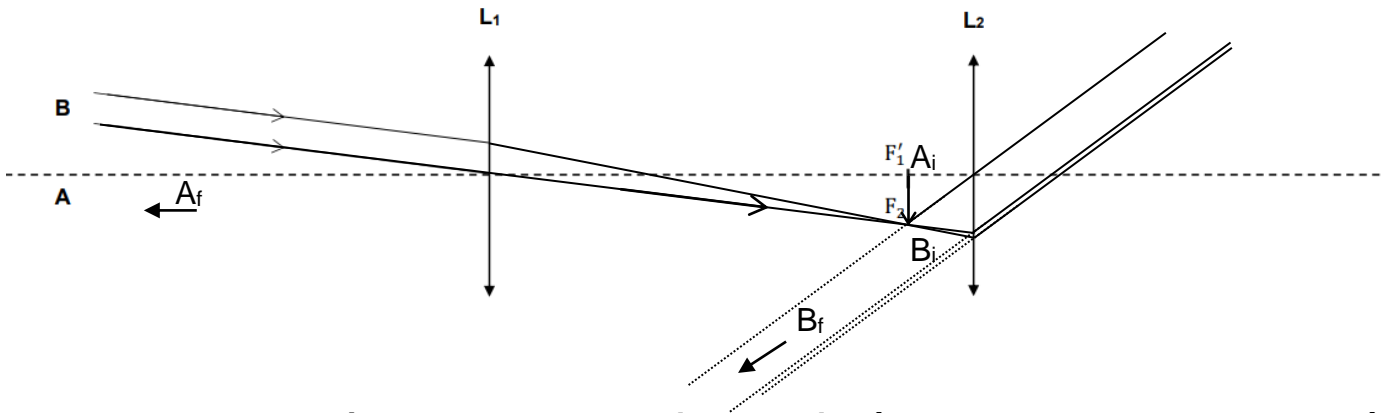
Observation du satellite

5. Donner la signification du terme afocal.

Un instrument d'optique afocal donne d'un objet à l'infini une image à l'infini.

Pour cela, il faut que le foyer image F_1' de l'objectif soit confondu avec le foyer objet F_2 de l'oculaire.

6. Le satellite est schématisé comme un objet AB perpendiculaire à l'axe optique, situé très loin de l'objectif (à « l'infini »). Sur l'annexe à rendre avec la copie, construire l'image intermédiaire, A_iB_i , de AB , donnée par l'objectif, puis construire l'image finale, A_fB_f , de l'objet AB par la lunette astronomique.

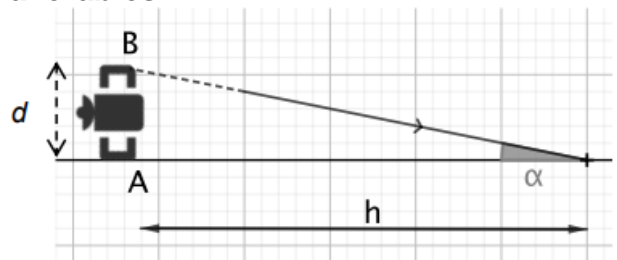


7. Avec l'aide du schéma ci-dessous, exprimer le diamètre apparent α correspondant à l'angle sous lequel les deux extrémités A et B du satellite sont observées depuis la surface de la Terre dans les conditions les plus favorables.

$$\tan \alpha = \frac{d}{h}$$

Pour de petits angles exprimés en radians, alors $\tan \alpha \approx \alpha$

$$\text{donc } \alpha = \frac{d}{h}$$



8. Indiquer si les points A et B d'un satellite Starlink peuvent être distingués à l'œil nu. On suppose que $h = 520 \text{ km}$.

La taille d'un satellite est d'environ $d = 1,0 \text{ m}$.

$$\alpha = \frac{d}{h}$$

$$\alpha = \frac{1,0}{520 \times 10^3} = 1,9 \times 10^{-6} \text{ rad} < \alpha_{\min} = 2,9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

À l'œil nu, il n'est pas possible de distinguer les points A et B d'un satellite.

9. Montrer que la lunette utilisée dans cet exercice ne permet pas d'observer les détails d'un satellite Starlink.

À l'aide de la lunette, on observe le satellite sous un angle α' .

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2'} \text{ donc } \alpha' = \frac{f_1'}{f_2'} \cdot \alpha$$

$$\alpha' = \frac{600 \text{ mm}}{32 \text{ mm}} \times 1,9 \times 10^{-6} = 3,6 \times 10^{-5} \text{ rad} < \alpha_{\min}$$

Donc on ne peut pas observer les détails d'un satellite.

$\frac{1}{520E3}$	
	$1.923076923E-6$
	$1.923076923E-6 \times \frac{600}{32}$
	$3.605769231E-5$