

Estimation du diamètre apparent de Jupiter α_J par comparaison avec la Lune

1. Rappeler la définition du grossissement G de la lunette en fonction de α et α' .

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

2. En reprenant le premier paragraphe du DOCUMENT, montrer que : $\alpha_J = \frac{2\alpha_L}{G}$.

« il voyait Jupiter à travers la lunette deux fois plus gros que la Lune à l'œil nu » : $\alpha'_J = 2 \alpha_L$

$$G = \frac{\alpha'_J}{\alpha_J} \text{ donc } \alpha_J = \frac{\alpha'_J}{G} \text{ alors finalement } \alpha_J = \frac{2\alpha_L}{G}.$$

Huygens connaissait la valeur du diamètre apparent de la Lune à l'œil nu :

$$\alpha_L = 0,5^\circ = 8,7 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

3. Montrer que l'on retrouve la valeur du diamètre apparent de Jupiter trouvée dans un premier temps par Huygens.

$$\alpha_J = \frac{2\alpha_L}{G} \text{ et Huygens estimait que } G = 164.$$

$$\alpha_J = \frac{2 \times 8,7 \times 10^{-3}}{164} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$2 \times 8,7 \times 10^{-3}$
164
..... 1.06097561E-4

Ce qui correspond bien à la valeur approximative donnée par Huygens $\alpha_J = 10^{-4}$ radian.

Modélisation de la lunette astronomique de Huygens

4. Indiquer où se forme l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB formée par l'objectif. Justifier que l'ensemble des deux lentilles constitue effectivement un système afocal.

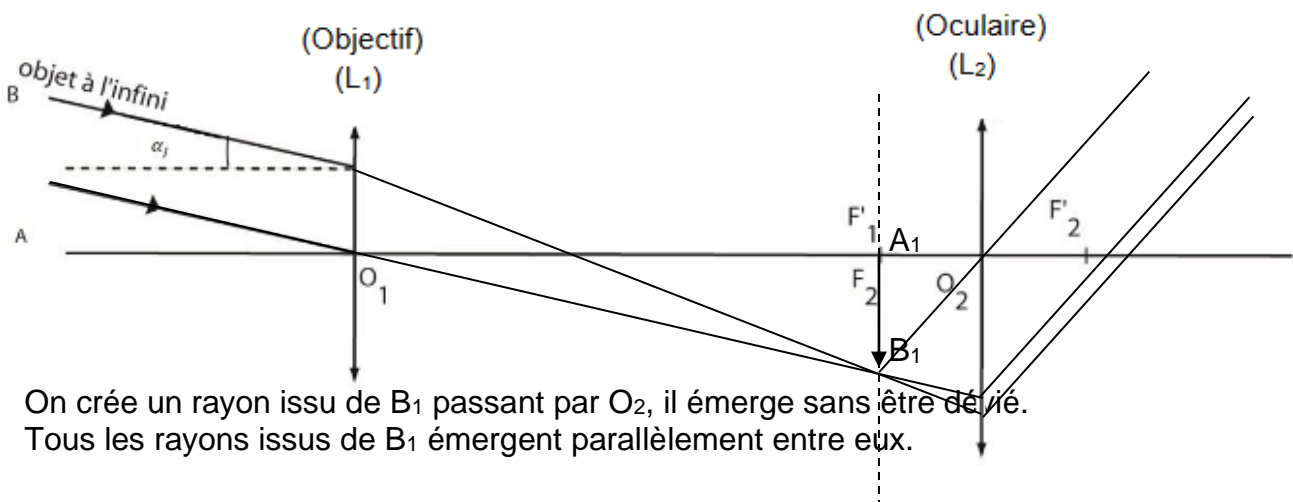
Si l'objet AB est situé à l'infini alors l'image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de la lentille L_1 , on a A_1 confondu avec F'_1 .

A_1B_1 constitue un objet pour l'oculaire L_2 , or A_1B_1 étant dans le plan focal objet de L_2 alors son image définitive est rejetée à l'infini.

Cela caractérise un système afocal pour lequel, l'image d'un objet situé à l'infini est située à l'infini.

5. Construire l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB , situé « à l'infini », à travers la lentille L_1 .

6. Représenter le faisceau émergent issu de B , situé « à l'infini », délimité par les deux rayons incidents déjà tracés, et traversant l'ensemble de la lunette afocale.



7. Par définition du grossissement de la lunette : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

Dans le triangle $O_1A_1B_1$: $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1} \approx \alpha$ (approximation des petits angles).

Dans le triangle $O_2A_1B_1$: $\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \approx \alpha'$ (approximation des petits angles).

$$\text{Ainsi, } G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}.$$

Application à la lunette de Huygens

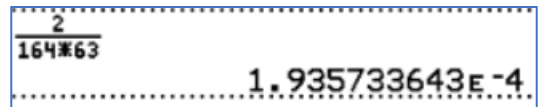
8. Expliquer le calcul effectué par Huygens, dans le deuxième paragraphe du DOCUMENT, pour obtenir la valeur de l'angle α_J à partir de la taille de l'image intermédiaire.

$$\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2} \approx \alpha'$$

$$\text{Et } G = \frac{\alpha'}{\alpha_J} \text{ donc } \alpha_J = \frac{\alpha'}{G}.$$

$$\alpha_J = \frac{A_1B_1}{G} = \frac{A_1B_1}{G \cdot f'_2}$$

$$\alpha_J = \frac{2}{164 \times 63} = 2 \times 10^{-4} \text{ rad}$$


$$\frac{2}{164 \times 63} = 1.935733643 \text{E}^{-4}$$

9. Calculer le grossissement de la lunette de Huygens et expliquer pour quelle raison la première détermination de α_J présentée dans le premier paragraphe du DOCUMENT était nécessairement moins précise que celle présentée dans le second paragraphe.

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$G = \frac{10,35}{63 \times 10^{-3}} = 164$$

Dans le premier paragraphe, Huygens s'est basé sur une estimation « deux fois plus gros », tandis que dans le second paragraphe il est question d'une mesure forcément plus précise.

Diamètre de Jupiter

La distance Terre-Jupiter était connue à l'époque de Huygens. Cette distance a pour valeur moyenne $d = 7,80 \times 10^8$ km.

10. Calculer la valeur D du diamètre de Jupiter.

En utilisant le schéma de la Figure 1., on a $\tan \alpha_J = \frac{D}{d} \approx \alpha_J$ donc $D = \alpha_J \cdot d$

$$D = 2 \times 10^{-4} \times 7,80 \times 10^8 = 1,56 \times 10^5 \text{ km} = 2 \times 10^5 \text{ km}$$

On arrondit fortement car la valeur du diamètre apparent n'est donnée qu'avec un seul chiffre significatif.