Bac 2021 Amérique du nord   Correction © http://labolycee.org
Spécialité physique chimie
Exercice 1 Un sport traditionnel : le lancer de gerbe de paille (10 points)

A. Étude du lancer

A.1. Utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération de M.

Le système n'est soumis qu'à la force poids.

$\vec{P} = m.\vec{a}$.

$m.\vec{g} = m.\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{g}$

En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

A.2. Montrer que les équations horaires du mouvement de M s'expriment sous la forme :

$x(t) = v_0.t.\cos\alpha$

$y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.t.\sin\alpha + H$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ **donc** $\quad$ $a_x = \frac{dv_x(t)}{dt}$ $\quad$ **et** $\quad$ $a_y = \frac{dv_y(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ **:** $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ **on a :**

$v_0.\cos\alpha = Cte_1$
$v_0.\sin\alpha = 0 + Cte_2$

Finalement : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.\cos\alpha \\ v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{cases}$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ **donc** $\quad$ $v_x = \frac{dx(t)}{dt}$ $\quad$ **et** $\quad$ $v_y = \frac{dy(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à t = 0 s, le projectile est au point de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = H$) donc :

$0 + Cte_3 = 0$
$0 + 0 + Cte_4 = H$

Finalement, on obtient les équations horaires $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = v_0.\cos\alpha.t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + H \end{cases}$

A.3. En déduire l'équation de la trajectoire $y(x)$ de M.

$$t = \frac{x(t)}{v_0.\cos\alpha}$$

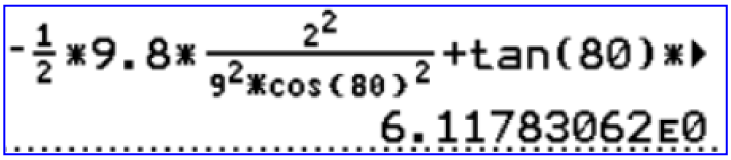
$$y(x) = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\frac{x}{v_0.\cos\alpha} + H$$

$$y(x) = -\frac{1}{2}.g.\frac{x^2}{v_0{}^2.\cos^2\alpha} + \tan\alpha.x + H$$

A.4. À l'aide d'une analyse quantitative, indiquer si la gerbe de paille franchira, ou pas, la barre horizontale.

La gerbe de paille franchit la barre si pour $x = D = 2{,}0$ m on a $y > 4{,}50$ m.

$$y(2{,}0) = -\frac{1}{2}\times 9{,}8\times\frac{2{,}0^2}{9{,}0^2.\cos^2 80} + \tan 80\times 2{,}0 + 2{,}80$$

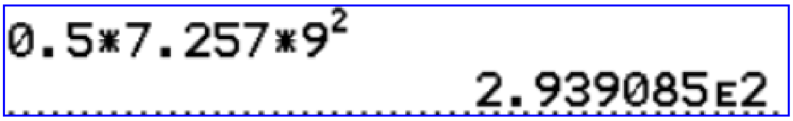


$y(2{,}0)$ = 6,1 m > 4,5
La gerbe passe largement au-dessus de la barre horizontale.

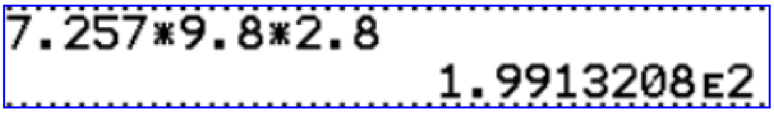
A.5. Calculer la valeur de l'énergie cinétique et celle de l'énergie potentielle de pesanteur du système en M_0.

$E_c = \frac{1}{2}.m.v_0^2$

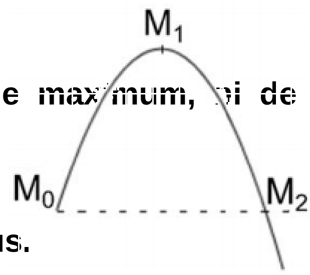
$E_c = \frac{1}{2}\times 7{,}257\times 9{,}0^2 = 2{,}9\times10^2$ J



$E_{pp} = m.g.H$
$E_{pp} = 7{,}257\times9{,}8\times2{,}80 = 2{,}0\times10^2$ J



A.6. Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions suivantes est vraie, ou fausse, lorsque l'on néglige l'action de l'air.



Proposition I : l'énergie mécanique est maximale en M_0.
FAUX L'énergie mécanique est constante donc elle n'atteint pas de maximum, ni de minimum.

Proposition II : l'énergie cinétique est nulle en M_1.
FAUX La vitesse en M_1 n'est pas nulle, donc l'énergie cinétique non plus.

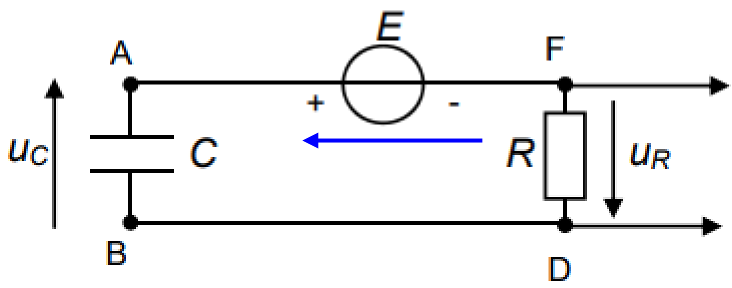
Proposition III : l'énergie cinétique en M_2 est inférieure à l'énergie cinétique en M_0.
FAUX M_0 et M_2 sont situés à la même altitude, donc en M_0 et M_2 l'énergie potentielle de pesanteur est identique.
Comme $E_m = Ec + Epp = Cte$ alors l'énergie cinétique en M_0 est égale à celle en M_2.

En réalité, l'action de l'air ne peut pas être négligée.
A.7. Indiquer par un raisonnement détaillé si chacune des trois propositions de la question A.6. reste vraie, ou fausse, lorsqu'on ne néglige plus l'action de l'air.
Proposition I : l'énergie mécanique est maximale en M_0.
VRAI, les forces de frottement subies par le système sont des forces non conservatives, alors l'énergie mécanique diminue au cours du mouvement.
Proposition II : l'énergie cinétique est nulle en M_1.
FAUX, idem A.6.

Proposition III : l'énergie cinétique en M_2 est inférieure à l'énergie cinétique en M_0.
VRAI, $E_m(M_2) < E_m(M_0)$ or $E_{pp}(M_2) = E_{pp}(M_0)$ donc $E_c(M_2) < E_c(M_0)$.

B. Le microphone de l'animateur

B.1. Établir la relation entre la tension E aux bornes de la source de tension idéale, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.



D'après la loi des mailles

$E = u_R(t) + u_C(t)$

B.2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de la charge est de la forme : $E = R.C.\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$.

D'après la loi d'Ohm $u_R(t) = R.i(t)$

Or $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ **avec $q(t) = C.u_C(t)$ où C est supposée constante alors** $i(t) = C.\dfrac{du_C(t)}{dt}$**.**

Finalement on obtient $E = R.C.\dfrac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$.

B.3. En exploitant la courbe, indiquer par un raisonnement argumenté la fonction qui modélise la charge du condensateur.

On élimine la fonction 2 $u_C(t)$ = $E \times e^{-\frac{t}{R\times c}}$ **qui pour t = 0 s conduirait à $u_C(t = 0) = E$ or $u_C(t = 0) = 0$.**

On élimine la fonction 1 $u_c(t) = E \times \left(1 - e^{\frac{t}{R\times c}}\right)$ **qui pour $t \rightarrow \infty$ conduirait $u_C(t \rightarrow \infty) = -\infty$.**

On retient la fonction3 : $u_c(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{R\times c}}\right)$ **qui pour $t = 0$ s conduit à $u_C(t = 0) = 0$ et pour $t \rightarrow \infty$ conduit $u_C(t \rightarrow \infty) = E$.**

B.4. Vérifier que la fonction retenue est solution de l'équation différentielle établie à la question B.2.

On écrit l'équation différentielle sous la forme $y' = a.y + b$ qui admet des solutions de la forme $y = K.e^{a.x} - \dfrac{b}{a}$

$$E = R.C.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$R.C.\frac{du_C(t)}{dt} = -u_C(t) + E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{R.C}.u_C(t) + \frac{E}{R.C}$$

Par analogie, $a = -\dfrac{1}{R.C}$ et $b = \dfrac{E}{R.C}$

ainsi les solutions sont de la forme $u_C(t)$ = $K \times e^{-\frac{t}{R\times c}} - \dfrac{\frac{E}{R.C}}{-\frac{1}{R.C}} = K \times e^{-\frac{t}{R\times c}} + E$**.**

En tenant compte des conditions initiales, on peut trouver l'unique solution.
$u_C(t) = 0$

$$K \times e^{-\frac{0}{R\times c}} + E = 0$$

$K + E = 0$ donc $K = -E$

$$u_c(t) = -E \times e^{-\frac{t}{R\times c}} + E$$

Finalement on retrouve la solution proposée : $u_c(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{R\times c}}\right)$

<u>Autre méthode :</u> On part de la solution proposée $u_c(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{R\times c}}\right) = E - E.e^{-\frac{t}{R\times c}}$ **et on la remplace dans l'équation différentielle** $E = R.C.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$ **pour vérifier l'égalité.**

$$R.C.\frac{d\left(E - E.e^{-\frac{t}{R\times c}}\right)}{dt} + E - E.e^{-\frac{t}{R\times c}} = R.C.\frac{E}{R.C}.e^{-\frac{t}{R\times c}} + E - E.e^{-\frac{t}{R\times c}} = E.e^{-\frac{t}{R\times c}} + E - E.e^{-\frac{t}{R\times c}} = \mathbf{E}$$

Ainsi la solution convient.

La capacité C d'un condensateur plan constitué de deux armatures métalliques de surface S en regard l'une de l'autre, séparées d'une distance d, est donnée par la relation $C = \varepsilon.\frac{S}{d}$ avec ε la permittivité de l'air entre les deux armatures du condensateur. Pour le microphone étudié, le produit de la permittivité de l'air par la surface est : $\varepsilon.S = 1,4 \times 10^{-15}$ F.m.

B.5. En exploitant la courbe et en explicitant le raisonnement, déterminer la valeur de la distance d séparant les deux armatures quand le microphone fonctionne mais qu'il ne capte pas de son.

On va déterminer la valeur de la capacité C, pour cela on va d'abord déterminer graphiquement la constante de temps $\tau = R.C$.

Pour $t = \tau$, $u_C(\tau) = 0,63.E = 0,63\times48 = 30$ V.

On cherche l'abscisse τ du point d'ordonnée 30 V, on lit $\tau = 0,007$ s.

$\tau = R.C$

$C = \tau / R$

$C = \frac{0,007}{100\times10^{6}} = 7\times10^{-11}$ F

$C = \varepsilon.\frac{S}{d}$ avec $\varepsilon.S = 1,4 \times 10^{-15}$ F.m

donc $d = \frac{\varepsilon.S}{C}$

$d = \frac{1,4\times10^{-15}}{7\times10^{-11}}$ **$= 2\times10^{-5}$ m soit approximativement 20 µm, valeur conforme avec le sujet qui indique « Lorsque le microphone ne capte pas de son, la distance entre les deux armatures est de l'ordre de 15 à 25 µm ».**

Sous l'effet des ondes sonores émises par l'animateur, la membrane se déplace en entraînant une modification de la distance entre les deux armatures du condensateur. La tension de sortie envoyée vers le pré-amplificateur est alors l'image des ondes sonores captées par le microphone.

B.6. Justifier par un raisonnement détaillé l'évolution de la capacité du condensateur lorsque la distance séparant les deux armatures diminue.

$C = \varepsilon.\frac{S}{d}$ avec $\varepsilon.S$ = constante, donc si d diminue alors C augmente.

C. L'enceinte

L'intensité sonore mesurée à 1,0 m devant l'enceinte vaut : $I_1 = 3,2 \times 10^{-3}$ W.m^{-2}.

C.1. Calculer le niveau d'intensité sonore L_1 correspondant à l'intensité sonore I_1.

$$L_1 = 10\,log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$L_1 = 10 \times log\left(\frac{3,2\times10^{-3}}{1,0\times10^{-12}}\right)$$ **= 95 dB**

La législation européenne indique les durées limites d'exposition journalière à ne pas dépasser à certains niveaux d'intensité sonore pour ne pas engendrer des traumatismes irréversibles :

L (dB)	86	92	95	101	107
Durée limite d'exposition	2 h/jour	30 min/jour	15 min/jour	4 min/jour	1 min/jour

C.2. Commenter le résultat de la question C.1. au regard de ces durées limites d'exposition journalière.

La valeur de 95 dB montre que le niveau sonore à 1,0 m de l'enceinte est élevé, il ne faut pas rester plus de 15 minutes à cette distance sinon on risque des traumatismes irréversibles.

C.3. Montrer que la puissance *P* de l'enceinte est égale à $4,0 \times 10^{-2}$ W.

$I_1 = \dfrac{P}{4\pi.d^2}$ **donc $P = 4\pi.d^2.I_1$**

$P = 4\pi\times1,0^2\times3,2\times10^{-3} = 4,0\times10^{-2}$ W

Les organisateurs de la manifestation sportive, d'une durée de 2 h, ont fixé à $2,0 \times 10^{-4}$ W.m^{-2} la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

C.4. Expliquer le choix des organisateurs de fixer à $2,0 \times 10^{-4}$ W.m^{-2} la valeur maximale de l'intensité sonore perçue par les spectateurs.

Calculons le niveau L_2 d'intensité sonore qui correspond à cette intensité sonore.

$$L_2 = 10\,log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)$$

$$L_2 = 10 \times log\left(\frac{2,0\times10^{-4}}{1,0\times10^{-12}}\right)$$ **= 83 dB**

Cette valeur est inférieure à 86 dB, il sera donc possible d'exposer les spectateurs à ce niveau d'intensité sonore sans risque de traumatismes irréversibles.

Des barrières de sécurité entourent l'enceinte à 3,0 m de celle-ci, pour éviter que les spectateurs en soient trop proches.

C.5. Indiquer, par un raisonnement quantitatif, si la distance de sécurité entre les barrières et l'enceinte est suffisante pour respecter la valeur maximale de $2,0 \times 10^{-4}$ W.m^{-2} choisie par les organisateurs.

Nommons I_3 l'intensité sonore reçue à d_3 = 3,0 m de l'enceinte : $I_3 = \dfrac{P}{4\pi.d_3^2}$

$I_3 = \dfrac{4,0\times10^{-2}}{4\pi\times3,0^2}$ **= $3,5\times10^{-4}$ W.m^{-2} > $2,0\times10^{-4}$ W.m^{-2} ainsi la distance est insuffisante pour respecter la valeur maximale de l'intensité sonore fixée.**