L'exploit d'Alan Eustace (10 points) - Correction

1. Énergie potentielle de pesanteur du système

1.1.1. Quelle est l'origine de la variation observée entre les valeurs de *g* et g_A ?

L'intensité de la pesanteur varie avec l'inverse du carré de la distance au centre de la Terre, par conséquent, plus l'altitude est grande et plus la valeur *g* du champ de pesanteur est faible.

1.1.2. Calculer l'écart relatif donné par $\frac{g-g_A}{g}$ et exprimé en %. Conclure

$\frac{g-g_A}{g}=\frac{9,8-9,7}{9,8}=0,01=1,0\%$ l'écart relatif étant faible, on peut considérer dans ces conditions que la valeur du champ de pesanteur *g* est constante au cours de la chute.

1.2.1. En considérant que le poids du système {Alan Eustace et son équipement} est constant, établir l'expression du travail du poids du système lors du déplacement d'Alan Eustace de A jusqu'au sol en fonction de *m*, *g*, et z_A.

Le travail du poids entre un point A d'altitude z_A et un point B d'altitude z_B est défini par $W_{A\to B}(\vec{P})=\vec{P}.\vec{AB}$.

Dans un repère (O<u>xz</u>) tel que l'axe Ox est horizontal et orienté vers le droite et l'axe Oz est vertical orienté vers le haut, les vecteurs ont les coordonnées suivantes :

$\vec{P}\begin{pmatrix}0\\-m.g\end{pmatrix}$ et $\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\z_B-z_A\end{pmatrix}$

$$W_{A\to B}(\vec{P})=0\times(x_B-x_A)+(-m.g).(z_B-z_A)$$

$$W_{A\to B}(\vec{P})=-m.g.(z_B-z_A)$$

$$W_{A\to B}(\vec{P})=m.g.(z_A-z_B)$$

Si le point B est au sol ($z_B = 0$), alors $W_{A\to B}(\vec{P})=$ $\boldsymbol{m.g.z_A}$

1.2.2. Calculer la valeur de ce travail.

$W_{A\to B}(\vec{P})$ = 120 × 9,8 × 41148 = **$4,8\times10^7$ J**.

1.3.1. « Le poids est une force conservative » ; expliquer cette expression.

Une force conservative est une force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi entre 2 points. En particulier, le travail d'une force conservative $W_{A\to B}(\vec{F})=-W_{B\to A}(\vec{F})$.

1.3.2. Définir l'énergie potentielle de pesanteur *E*p du système et montrer que son expression est Ep = *mgz* si on choisit une altitude de référence à préciser.

Par définition $\Delta E_P = E_{PB} - E_{PA} = -W_{A\to B}(\vec{P})$.

On a établi au 1.2.1. que $W_{A\to B}(\vec{P})=m.g.(z_A-z_B)$

alors $E_{PB} - E_{PA} = -m.g.(z_A-z_B) = -m.g.z_A + m.g.z_B$

$E_{PB} - E_{PA} = m.g.z_B - m.g.z_A$

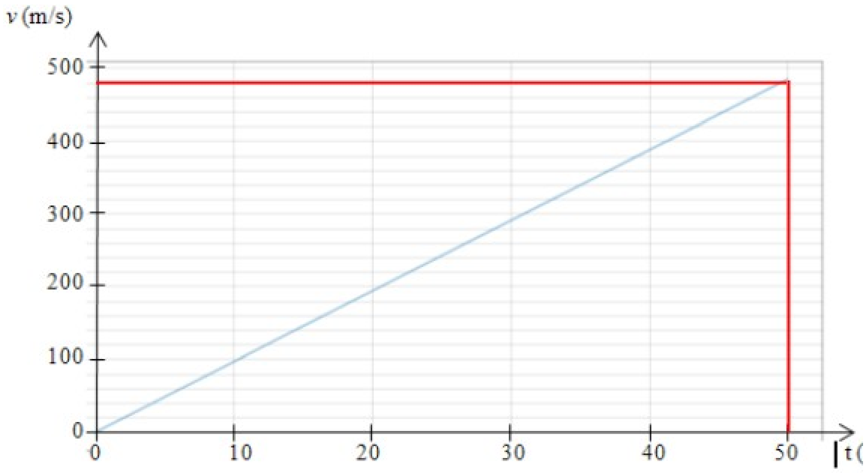
Il vient $E_{PB} = m.g.z_B$ et $E_{PA} = m.g.z_A$

On a ainsi établi que $E_P = m.g.z$ où z est une altitude définie par rapport à une altitude de référence à préciser.

2. Modélisation de la première phase du mouvement par une chute libre

2.1. Montrer que ce modèle n'est pas compatible avec la donnée du texte introductif relative à la vitesse maximale atteinte.

Le texte introductif indique qu'Alan Eustace a atteint la vitesse de 1322 $km.h^{-1}$ après 50 s de chute. On convertit cette vitesse en m/s, $v = \frac{1322}{3,6} = 367,2\ m.s^{-1}$.



Graphiquement, on lit qu'au bout de 50 s, le modèle indique que la vitesse devrait être de 480 $m.s^{-1}$. Ce modèle n'est donc pas en accord avec le texte introductif.

2.2. Proposer une hypothèse expliquant l'écart entre valeur calculée et valeur expérimentale.

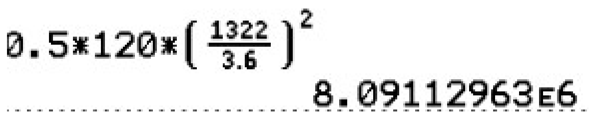
Le modèle était basé sur l'hypothèse que la force poids était la seule force s'exerçant sur le système. On peut supposer que les frottements dus à l'atmosphère terrestre ne sont pas négligeables ; ils ont ralenti le système au cours de sa chute ainsi la vitesse expérimentale est plus faible que celle calculée.

3. Étude énergétique de la première phase du mouvement

3.1.1. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Calculer la valeur de l'énergie cinétique à la fin de cette première phase

Le théorème de l'énergie cinétique indique que la variation d'énergie cinétique d'un objet de masse *m* entre 2 points A et B correspond à la somme des travaux des forces s'exerçant sur cet objet entre ces points. $\Delta E_C = \Sigma W_{A\to B}(F)$.

Son énergie cinétique est définie par $Ec = \frac{1}{2}.m.v^2$.



Et comme à la fin de la première phase, la vitesse d'Alan Eustace est de 367,2 $m.s^{-1}$.

$$Ecf = 0,5 \times 120 \times \left(\frac{1322}{3,6}\right)^2 = 8,09 \times 10^6 J = 8,09\ MJ$$

3.1.2. Exploiter ce théorème et montrer que la valeur de la force de frottement est de l'ordre de 4.10^2 N.

État initial : altitude z_A = 41 148 m — Vitesse v_A = 0 m/s

État final : altitude z_B = 30 375 m — v_B = 1322/3,6 m/s

Entre 30 km et 42 km d'altitude, de norme : g_A = 9,7 N/kg

On note f la force de frottement, et on considère que sa valeur est constante.

$$\Delta E_C = W_{A\to B}(P) + W_{A\to B}(f)$$

$$W_{A\to B}(f) = \Delta E_C - W_{A\to B}(P)$$

$$f.AB = E_{Cf} - E_{Ci} - m.g_A.(z_A - z_B)$$

Initialement la vitesse est nulle donc Eci = 0 J.

$\|\vec{f}\|.\|\vec{AB}\|.\cos(\vec{f},\vec{AB}) = E_{Cf} - m.g_A.(z_A - z_B)$

D'autre part la force de frottement $\vec{f}$ est de sens opposé au déplacement $\vec{AB}$.

$f.AB.\cos 180° = E_{Cf} - m.g_A.(z_A - z_B)$

$-f.AB = E_{Cf} - m.g_A.(z_A - z_B)$

$$f = \frac{E_{cf} - m.g_A.(z_A - z_B)}{-AB}$$

8.09112963E6-120*9.7*(41148-30375)
-(41148-30375)
4.129436898E2

$$f = \frac{8{,}09\times10^6 - 120\times9{,}7\times(41148 - 30375)}{-(41148 - 30375)}$$ = $4{,}1\times10^2$ N

L'énoncé indique 4×10^2 N donc le raisonnement est correct.

3.1.3. Comparer la valeur obtenue au poids du système et conclure quant à la pertinence du modèle de la chute libre.

La valeur poids P du système {Alan Eustace et son équipement} vaut $P = m.g_A$

$P = 120\times 9{,}7 = 1164$ N, soit environ $1{,}1\times10^3$ N

La force de frottement vaut $4{,}1\times10^2$ N.

$\frac{f}{P} = \frac{413}{1164}$ = 0,35 = 35%

La valeur de la force de frottement correspond donc à 35 % de celle du poids.

Il n'est pas possible de négliger les forces de frottement face au poids et il n'est par conséquent pas réaliste de modéliser le saut d'Alan Eustace dans sa première partie par une chute libre.

3.1.4. Discuter également de la pertinence de la modélisation de l'action de l'air par une force de frottement constante. On pourra s'interroger sur le lien entre la valeur de cette force et celle de la valeur de la vitesse d'Alan Eustace.

La force de frottement est une force qui s'oppose au déplacement d'un objet. Dans un fluide, elle est d'autant plus grande que la vitesse est importante. Supposer que la force est constante revient donc implicitement à considérer la vitesse constante. Or lors du saut, la vitesse d'Alan Eustace est initialement nulle et croît jusqu'à atteindre sa vitesse maximale au point B. La force de frottement doit donc également augmenter, de nulle au point A jusqu'à sa valeur maximale au point B.

3.2.1. À quelle ligne peut-on lire le choix de l'origine de l'axe vertical ici utilisée ? À quelle position d'Alan Eustace correspond cette origine ?

A la ligne 07, il est écrit **zo = 0**. On choisit donc comme origine de l'axe vertical l'altitude initiale d'Alan Eustace au début du saut.

3.2.2. En déduire que l'ordonnée d'Alan Eustace au cours du saut est négative pour ce choix d'origine.

Si l'origine est le point le plus haut et que l'axe est orienté vers le haut comme indiqué dans le commentaire de la ligne 07, alors les positions plus proches du sol que le point d'origine auront nécessairement une ordonnée négative.

3.2.3. Montrer que l'expression donnée à la ligne 36 est cohérente avec le commentaire de la ligne 37. Comment varie l'énergie potentielle de pesanteur au cours du saut ? Quel est son signe ?

Si l'on choisit comme altitude de référence le point de départ, alors l'énergie potentielle de pesanteur est initialement nulle. Puis comme z devient de plus en plus négative alors l'énergie potentielle de pesanteur est <u>négative</u> et <u>continue de décroître.</u>