

Un ballon pour les compétitions internationales de football (10 points)

La loi 2 de l'International Football Association Board a fixé les caractéristiques d'un ballon utilisé pour les compétitions internationales : le ballon doit être sphérique, en cuir ou dans une autre matière adéquate, avoir un diamètre de 22 cm et la pression de l'air dans le ballon doit être comprise entre $1,6 \times 10^5$ Pa et $2,1 \times 10^5$ Pa.

D'après <http://www.theifab.com/fr/laws/chapter/22/section/31/>

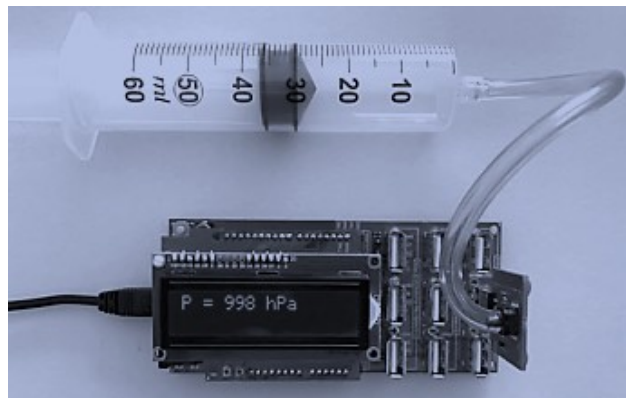
L'objectif de cet exercice est d'étudier le gonflage d'un ballon et son utilisation dans des lieux de compétitions d'altitude différente. Nous nous intéresserons ainsi à deux lois liées à cette situation : la loi de Mariotte, qui permet d'étudier le gonflage et la loi de statique des fluides qui permet de réfléchir à l'influence de l'altitude sur le gonflage.

1. Étude expérimentale et utilisation de la loi de Mariotte.

Une expérience est menée au laboratoire pour tester la loi de Mariotte à l'aide d'un microcontrôleur et d'un capteur de pression.

On suit le protocole expérimental suivant :

- ① remplir initialement une seringue avec 30 cm^3 d'air ;
- ② relier la seringue au capteur de pression connecté à un microcontrôleur ;
- ③ téléverser le programme « Mesure Pression » présenté ci-dessous dans le microcontrôleur ;
- ④ faire varier le volume du gaz dans la seringue et noter alors la valeur de la pression correspondante affichée sur l'écran LCD relié au microcontrôleur.



1.1. Adaptation du programme « Mesure Pression »

Un extrait du programme associé au pilotage du microcontrôleur dans le montage expérimental précédent est donné ci-dessous.

```
28 //Lisez la tension sur la broche analogique A9 puis calculer
29 //la pression en tenant compte des caractéristiques du capteur
30
31 float Pression = (analogRead(A9) * 38 / 1023 + 2.98) * 100 ;
32
33 //Paramétrage de l'écran LCD
34 lcd.clear();
35 lcd.setCursor(0, 0);
36
37 //Affichage de la pression P sur l'écran LCD
38 lcd.print("P = ");
39 lcd.print(Pression, 0);
40 lcd.print(" hPa");
41
42 //Délai d'affichage de 2 secondes entre 2 mesures
43 delay(2000);
44 }
```

1.1.1. Indiquer en quelle unité la pression mesurée par le capteur sera affichée sur l'écran.

1.1.2. Dans le programme, la valeur de la pression est affichée sans décimale. Expliquer comment modifier la ligne 39 du programme pour que la valeur de la pression soit affichée avec 2 décimales.

1.1.3. Expliquer comment modifier la ligne 43 pour que les mesures soient faites toutes les 3 secondes.

1.2. Traitement de mesures obtenues en faisant varier le volume du gaz

Pour chaque volume d'air choisi dans la seringue, le microcontrôleur indique des valeurs de pression toutes les 2 secondes. Ces valeurs sont très proches, mais fluctuent légèrement.

Le tableau ci-dessous rassemble les valeurs de la pression P affichée par l'écran LCD du microcontrôleur pour différents volumes du gaz dans la seringue :

V (cm ³)	20	25	30	35	40	50
P (hPa)	1505	1195	998	852	745	600

1.2.1. Énoncer la loi de Mariotte.

1.2.2. Exploiter ces mesures pour tester la loi de Mariotte. On explicitera précisément la méthode utilisée.

1.3. Gonflage d'un ballon de football

On utilise un gonfleur électronique de ballon ayant les caractéristiques suivantes :

- débit d'air à l'entrée du gonfleur : 4 litres par minute ;
- arrêt automatique quand la pression souhaitée est atteinte.



On souhaite gonfler, à l'aide de ce gonfleur, un ballon de football de compétition de diamètre égal à 22 cm pour obtenir une pression de l'air à l'intérieur du ballon de $2,1 \times 10^5$ Pa.

On admet qu'avant le gonflage le ballon est totalement dégonflé et que le volume d'air à l'intérieur est négligeable. On admet également que la température reste constante pendant le gonflage. On précise que l'air entrant dans le compresseur est à la pression atmosphérique.

1.3.1. On appelle V_0 le volume d'air à prélever dans le milieu extérieur pour le gonflage, V_1 et P_1 le volume d'air et la pression à l'intérieur du ballon une fois qu'il est gonflé.

Montrer que $V_0 = \frac{P_1 \times V_1}{P_0}$.

1.3.2. Montrer que la durée nécessaire au gonflage, à l'aide du gonfleur électronique, est voisine de 3 minutes.

➤ **Données :**

Pression atmosphérique	Volume d'une sphère de rayon R	Unités de volume
$P_0 = 1,013 \times 10^5$ Pa	$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$	1 litre correspond à 10^3 cm ³

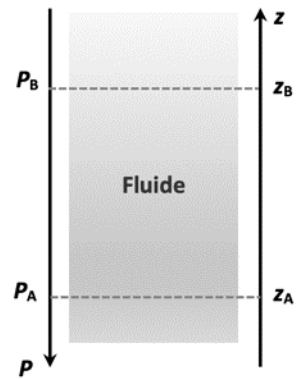
2. Utilisation du ballon dans des lieux de compétitions d'altitudes différentes.

On s'intéresse dans cette partie à la loi fondamentale de la statique des fluides pour modéliser l'évolution de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude. Cette loi précise que, pour un fluide au repos incompressible de masse volumique ρ , la différence de pression entre deux points, A et B, s'exprime par la relation :

$$P_B - P_A = \rho \times g \times (z_A - z_B)$$

Dans cette relation :

- la masse volumique ρ s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- l'intensité de pesanteur g s'exprime en $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- les altitudes z_A et z_B s'expriment en m et sont repérées sur un axe vertical ascendant Oz.



Les villes de Denver et de New York se sont portées candidates pour accueillir les matchs de la coupe du monde de football 2026 organisée conjointement par les États-Unis, le Canada et le Mexique.

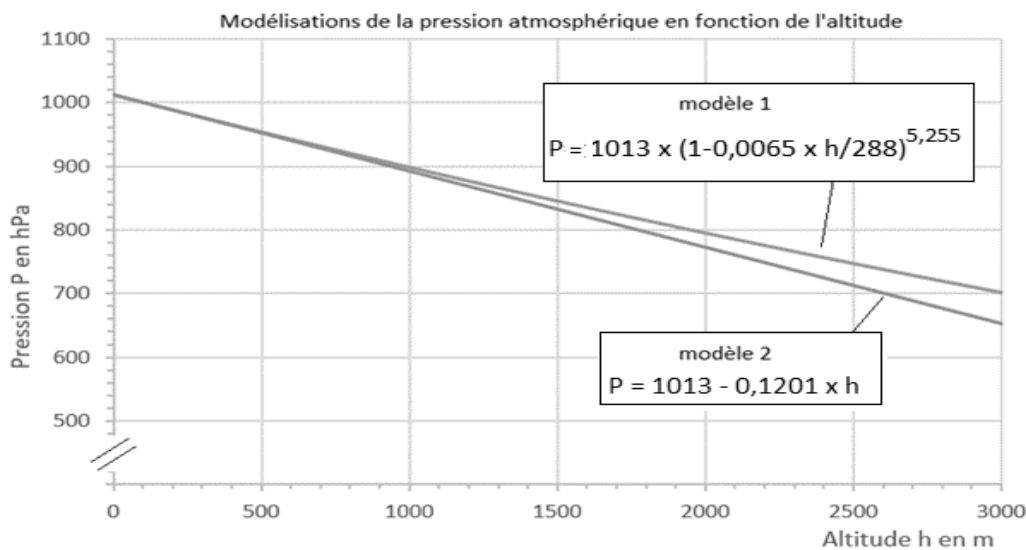
2.1. Comparer qualitativement la valeur de la pression au point A à celle au point B.

2.2. Évaluer la différence de pression atmosphérique $P_{NY} - P_D$ entre les villes de New York située à 10 mètres d'altitude et de Denver située à 1600 mètres d'altitude. Pour les deux villes, on suppose que la masse volumique de l'air a pour valeur $\rho = 1,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et que l'intensité de la pesanteur a pour valeur $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

2.3. Sur le site Planet-Terre de l'École Normale Supérieure de Lyon, différents modèles de l'atmosphère sont proposés.

- **Modèle 1 :** la masse volumique de l'air dépend de la pression et de la température. On suppose que la température varie selon une fonction affine décroissante de l'altitude.
- **Modèle 2 :** la masse volumique de l'air est constante, quelle que soit l'altitude.

Les graphes correspondants à chacun des deux modèles, et représentant l'évolution de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude, sont donnés ci-dessous (par souci d'échelle l'axe vertical n'est pas gradué à partir de l'origine).



On considère que ces deux modèles sont équivalents quand les valeurs de pression qu'ils donnent diffèrent entre elles de moins de 5 %.

2.3.1. Auquel des modèles 1 ou 2 est liée la loi fondamentale de la statique des fluides ?

2.3.2. Au vu des graphiques ci-dessus, l'utilisation de cette loi pour répondre à la question **2.2** paraît-elle justifiée ?