Étude d'une centrale hydroélectrique - Correction

1.1. Sachant que la profondeur de l'eau au niveau du barrage est de AB = z_B - z_A = 12,4 m, montrer que la pression à l'altitude A, P_A, est égale à 2,2×10⁵ Pa.

D'après les données, la loi fondamentale de la statique des fluides nous indique que
$P_A - P_B = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$ $\Rightarrow P_A = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A) + P_B$

$$P_A = 1{,}00 \cdot 10^3 \times 9{,}81 \times 12{,}4 + 1{,}01 \cdot 10^5 = 2{,}2 \cdot 10^5\,Pa$$

1.2. La pression moyenne exercée sur l'ensemble du barrage peut être assimilée à la pression à mi-hauteur (point G du schéma n°1). Calculer la valeur de la pression moyenne $P_{moyenne}$.

Si la profondeur totale du barrage est de 12,4m, cela signifie que le point G se trouve à une profondeur de $\frac{12{,}4}{2} = 6{,}2\,m$. La pression moyenne s'exerçant sur le barrage vaut donc :

$$P_{moyenne} = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_G) + P_B$$
$$P_{moyenne} = 1{,}00 \cdot 10^3 \times 9{,}81 \times 6{,}2 + 1{,}01 \cdot 10^5 = 1{,}6 \cdot 10^5\,Pa$$

1.3. En déduire la valeur de la force exercée par l'eau sur la totalité du barrage de forme rectangulaire de surface S dont la largeur moyenne vaut ℓ = 70 m.

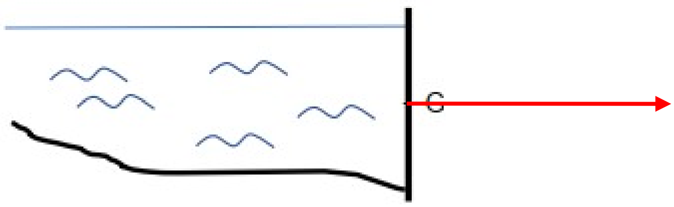
La force pressante exercée par un fluide à la pression P sur une surface S vaut $F = P \cdot S = P \cdot AB \cdot l$

$$F = 1{,}6 \cdot 10^5 \times 12{,}4 \times 70 = 1{,}4 \cdot 10^8\,N$$

1.4. Reproduire le schéma n°1 simplifié suivant sur la copie et représenter la force exercée par l'eau sur le barrage au point G avec pour échelle : 1 cm pour 4,0×10⁷ N.

→ L'échelle nous indique que la longueur de la flèche représentant la force exercée par l'eau sur le barrage doit être de $\frac{1{,}4 \cdot 10^8}{4{,}0 \cdot 10^7} = 3{,}5\,cm$.

→ La force pressante est toujours normale à la surface, en direction de l'extérieur et son point d'application est le centre de cette surface.



2.1. Donner l'expression littérale de l'énergie potentielle de pesanteur E_{PPB} de cette masse d'eau stockée au point B du barrage de Record. Montrer que la valeur de cette énergie potentielle est E_{PPB} = 2,7 × 10⁷ J.

L'expression littérale de l'énergie potentielle de pesanteur pour un objet de masse m se trouvant à un point B d'altitude z_B par rapport à un point A d'altitude z_A est $E_{PPB} = m \cdot g \cdot (z_B - z_A)$.
Dans notre cas, $z_B = 136{,}4\,m$ (la surface de l'eau), et $m = 20\,t = 2{,}0 \cdot 10^4\,kg$, on trouve :

$$E_{PPB} = m \cdot g \cdot (z_B - z_A) = 2{,}0 \cdot 10^4 \times 9{,}81 \times 136{,}4 = 2{,}7 \cdot 10^7\,J$$

2.2. La valeur de la vitesse de cette masse d'eau v_B au point B est supposée nulle, en déduire la valeur de l'énergie mécanique Em_B de cette masse d'eau au point B.

L'énergie mécanique Em correspond à la somme de l'énergie cinétique (nulle car v_B=0) et de l'énergie potentielle E_{PPB}. Au point B on a donc $Em_B = E_{PPB} = 2{,}7 \cdot 10^7\,J$.

2.3. En supposant que l'énergie mécanique se conserve, déterminer la valeur v_C de la vitesse de l'eau au point C à l'entrée des turbines.

En supposant que l'énergie mécanique se conserve, on a $Em_C = Em_B \Rightarrow E_{PPC} + E_{CC} = Em_B$ avec E_{PPC} l'énergie potentielle de pesanteur au point C (nulle car C est l'altitude de référence) et E_{CC} l'énergie cinétique au point C. On a donc $E_{CC} = Em_B \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Em_B \Rightarrow v^2 = \frac{2\,Em_B}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,Em_B}{m}}$

$v=\sqrt{\dfrac{2\times 2{,}7\cdot 10^{7}}{2{,}0\cdot 10^{4}}}=52\,m.s^{-1}.$

2.4. La puissance cinétique de l'eau Pc_{eau} à l'entrée des turbines est l'énergie cinétique par unité de temps associée à l'eau qui rentre dans les turbines. Calculer la valeur de Pc_{eau} et commenter le résultat obtenu.

Dans notre cas, E_{CC} correspond à l'énergie cinétique à l'entrée des turbines chaque seconde.

On a donc $P_{C_{eau}}=\dfrac{E_{CC}}{\Delta t}$

$P_{C_{eau}}=\dfrac{2{,}7\cdot 10^{7}\,J}{1{,}0\,s}=2{,}7\cdot 10^{7}\,W.$

Le document indique que chaque turbine fournit une puissance électrique globale de $P_{él}$ = 20MW, cela signifie que les pertes dues aux frottements lors de la descente de l'eau le long des canalisations et lors de la conversion de l'énergie cinétique en énergie mécanique sont d'environ 7MW ($2{,}7\cdot 10^{7}-20\cdot 10^{6}=7\cdot 10^{6}$).

3.1. Sans recopier la chaîne énergétique ci-dessous, donner la forme d'énergie à faire apparaître dans chaque cadre numéroté de 1 à 3. Pour cela, indiquer sur la copie le numéro du cadre et lui associer une forme d'énergie.

Cadre 1 : Energie mécanique (ou cinétique)
Cadre 2 : Energie électrique
Cadre 3 : Energie thermique (pertes par frottements, effet joule)

3.2. Étant une source de production d'électricité d'appoint, la centrale fonctionne pendant une durée d'environ Δt' = 3 500 h par an. Déterminer l'énergie électrique $E_{él}$, en kW.h produite annuellement par cette centrale.

On a $E_{él}=P_{él}\cdot\Delta t'=20\cdot 10^{6}\,W\times 3500\,h\times 3600\,s.h^{-1}=2{,}52\cdot 10^{14}\,J$

Le document indique que 1kWh=3,6x10^{6}J , donc l'énergie produite annuellement par la centrale hydroélectrique est $E_{él}=2{,}52\cdot 10^{14}\,J=7{,}1\cdot 10^{7}\,kW\cdot h$

3.3. Déterminer le nombre de foyers que cette centrale peut approvisionner annuellement. Commenter.

Le document indique que la consommation électrique annuelle d'un foyer en 2017 est d'environ 4710kWh.

Ce barrage peut donc pourvoir à la consommation électrique de $\dfrac{7{,}1\cdot 10^{7}}{4710}=15000$foyers.

Un barrage de ce type permet donc de subvenir à la consommation électrique domestique d'une petite ville.
On peut remarquer que les 3500h de fonctionnement indiquées plus haut correspondent à une durée de $\dfrac{3500}{24}=145\,j$.

Il est donc possible en faisant fonctionner ce barrage en permanence d'imaginer qu'il puisse alimenter une population plus importante.