

## Commercialisation d'un produit

Sur 8 points - Les deux parties peuvent être traitées séparément.

Une petite entreprise fabrique des objets de décoration.

Elle les vend dans deux magasins A et B.

### Partie A

Le coût de fabrication annuel des objets de décoration, en euros, peut être modélisé par une fonction  $C$  définie sur  $[0; 250]$  par  $C(x) = x^2 + 100x + 50$  où  $x$  représente le nombre d'objets fabriqués pendant l'année.

1- Quel est le coût annuel, en euros, pour la fabrication de 100 objets de décoration ?

Chaque objet de décoration est vendu 300 €. On note  $B$  la fonction définie sur  $[0; 250]$  modélisant le bénéfice annuel.

2- Montrer que  $B(x) = -x^2 + 200x - 50$  où  $x$  représente le nombre d'objets fabriqués pendant l'année.

3- On admet que la fonction  $B$  est dérivable sur  $[0; 250]$ .

3-a- Déterminer  $B'(x)$  pour  $x \in [0; 250]$ .

3-b- Dresser le tableau des variations de la fonction  $B$  sur  $[0; 250]$ .

3-c- En déduire le nombre d'objets de décoration à fabriquer et à vendre pendant l'année afin que le bénéfice annuel soit maximal et donner le montant de ce bénéfice.

### Partie B

En 2020, l'entreprise dépose 50 objets de décoration dans le magasin A et 50 objets de décoration dans le magasin B. Pensant pouvoir améliorer son coût de production, elle s'engage à déposer, tous les ans, 5 objets de plus dans le magasin A et 8% d'objets en plus dans le magasin B. On note  $a_n$  et  $b_n$  le nombre d'objets déposés respectivement dans les magasins A et B l'année  $2020+n$ .

4-a- Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $a_{n+1}$  en fonction de  $a_n$ .

4-b- Quelle est la nature de la suite de terme général  $a_n$  ?

4-c- Combien d'objets seront déposés dans le magasin A en 2025 ?

5-a- Quelle est la nature de la suite  $(b_n)$  ? En préciser les éléments caractéristiques.

5-b- Combien d'objets seront déposés dans le magasin en 2025 ?

6-a- Pour tout entier naturel  $n$  compris entre 0 et 9, construire dans un même repère les points de coordonnées  $(n, a_n)$  et  $(n, b_n)$ . On prendra 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 sur l'axe des ordonnées en commençant à 50.

6-b- En utilisant la représentation graphique précédente et en expliquant la démarche, donner l'année à partir de laquelle le nombre d'objets déposés dans le magasin B sera supérieur au nombre d'objets déposés dans le magasin A ?