

Commercialisation d'un produit

Sur 8 points - Les deux parties peuvent être traitées séparément.

Une petite entreprise fabrique des objets de décoration.

Elle les vend dans deux magasins A et B.

Partie A

Le coût de fabrication annuel des objets de décoration, en euros, peut être modélisé par une fonction C définie sur $[0; 250]$ par $C(x) = x^2 + 100x + 50$ où x représente le nombre d'objets fabriqués pendant l'année.

1- Quel est le coût annuel, en euros, pour la fabrication de 100 objets de décoration ?

Chaque objet de décoration est vendu 300 €. On note B la fonction définie sur $[0; 250]$ modélisant le bénéfice annuel.

2- Montrer que $B(x) = -x^2 + 200x - 50$ où x représente le nombre d'objets fabriqués pendant l'année.

3- On admet que la fonction B est dérivable sur $[0; 250]$.

3-a- Déterminer $B'(x)$ pour $x \in [0; 250]$.

3-b- Dresser le tableau des variations de la fonction B sur $[0; 250]$.

3-c- En déduire le nombre d'objets de décoration à fabriquer et à vendre pendant l'année afin que le bénéfice annuel soit maximal et donner le montant de ce bénéfice.

Partie B

En 2020, l'entreprise dépose 50 objets de décoration dans le magasin A et 50 objets de décoration dans le magasin B. Pensant pouvoir améliorer son coût de production, elle s'engage à déposer, tous les ans, 5 objets de plus dans le magasin A et 8% d'objets en plus dans le magasin B. On note a_n et b_n le nombre d'objets déposés respectivement dans les magasins A et B l'année $2020+n$.

4-a- Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .

4-b- Quelle est la nature de la suite de terme général a_n ?

4-c- Combien d'objets seront déposés dans le magasin A en 2025 ?

5-a- Quelle est la nature de la suite (b_n) ? En préciser les éléments caractéristiques.

5-b- Combien d'objets seront déposés dans le magasin en 2025 ?

6-a- Pour tout entier naturel n compris entre 0 et 9, construire dans un même repère les points de coordonnées (n, a_n) et (n, b_n) . On prendra 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 sur l'axe des ordonnées en commençant à 50.

6-b- En utilisant la représentation graphique précédente et en expliquant la démarche, donner l'année à partir de laquelle le nombre d'objets déposés dans le magasin B sera supérieur au nombre d'objets déposés dans le magasin A ?