

Étude de l'utilisation de supports musicaux

Partie A : écoute de musique dans le monde en 2021

L'IFPI (International Federation of the Phonographic Industry) a mené une enquête pour connaître les habitudes d'écoute de musique dans le monde.

1- La consommation hebdomadaire moyenne de musique est de 16,4 heures. En supposant que chaque chanson dure 3 minutes, combien de chansons écoute-t-on en moyenne en une semaine avec une telle consommation ?

On convertit la consommation en minutes :

$$16,4 h = 16,4 \times 60 = 984 \text{ minutes}$$

On divise ce temps par la durée moyenne d'une chanson :

$$\text{Nombre de chansons moyen} = 984 / 3 = 328$$

2- Le tableau ci-dessous donne la répartition du temps d'écoute par mode de consommation en 2021.

Mode de consommation	Streaming audio/vidéo	Réseaux sociaux	Radio	Achats physiques ou téléchargements	Concerts	Autres modes
Proportion (en %)	54	14	16	9	2	5

2-a- Quel a été le mode de consommation le plus souvent utilisé en 2021 ?

Le streaming est de loin le mode de consommation le plus utilisé en 2021 (54 % du temps d'écoute).

2-b- Représenter cette répartition par un diagramme bâtons en prenant 1 cm pour 5 %.

Partie B : modélisation du nombre d'utilisateurs pour un service de streaming

Un site de streaming musical compte 68 millions d'utilisateurs actifs mensuellement au cours de l'année 2015. On estime que ce nombre augmente de 25 % chaque année.

3- Estimer le nombre d'utilisateurs actifs mensuellement au cours de l'année 2016.

4- On modélise cette situation en notant, pour tout entier naturel n , u_n le nombre, exprimé en million d'individus, d'utilisateurs actifs mensuellement de ce site au cours de l'année $2015+n$. Ainsi $u_0=68$.

4-a- Déterminer u_2 .

Une augmentation de 25 % correspond à un coefficient multiplication de 1,25. Pour passer d'un terme à l'autre, on multiplie donc par 1,25.

Alors $u_1 = u_0 \times 1,25 = 68 \times 1,25 = 85$

$$u_2 = u_1 \times 1,25 = 106,25$$

4-b- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On justifiera la réponse et on donnera la raison de la suite.

Pour passer d'un terme à l'autre, on multiplie par 1,25. La suite est donc géométrique de raison $q=1,25$.

4-c- Déterminer l'expression de u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

Le terme général d'une suite géométrique est : $u_n = u_0 \times q^n$

et ici : $u_n = 68 \times 1,25^n$

4-d- Selon ce modèle, calculer le nombre d'abonnés actifs mensuellement au cours de l'année 2035.

2035 correspond à $n=20$

$$u_{20} = 68 \times 1,25^{20} \approx 5898$$

Selon ce modèle, le nombre d'abonnés actifs mensuellement au cours de l'année 2035 sera de 5,9 milliards...peu crédible puisqu'on s'approche de la population mondiale...

5- En utilisant ce modèle, on souhaite estimer l'année à partir de laquelle le nombre d'utilisateurs actifs du site dépassera un milliard. Proposer une réponse au problème et justifier la démarche.

En testant différentes valeurs de n , on obtient :

$$u_{12} \approx 990 \quad \text{et} \quad u_{13} \approx 1237$$

Donc le milliard d'abonné sera dépassé pour $n=13$, soit en 2028, d'après ce modèle.

Partie C : modélisation du nombre d'auditeurs pour une radio

Une radio compte 5 millions d'auditeurs au cours de l'année 2015. On estime que ce nombre augmente de 100 000 chaque année.

On modélise cette situation en notant, pour tout entier naturel n , v_n le nombre d'auditeurs, exprimé en millier d'individus, au cours de l'année $2015+n$.

Ainsi $v_0=5000$.

6- Déterminer v_1 .

$$v_1 = 5000 + 100 = 5100$$

7- Quelle est la nature de la suite (v_n) ? On justifiera la réponse et on donnera la raison de la suite.

Pour passer d'un terme à l'autre, on ajoute 100. Il s'agit donc d'une suite arithmétique de raison $r=100$.

8- Déterminer l'expression de v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

Le terme général d'une suite arithmétique est $v_n = v_0 + n \times r$ soit ici $v_n = 5000 + 100n$

9- En utilisant ce modèle, on souhaite estimer l'année à partir de laquelle le nombre d'auditeurs aura doublé. Proposer une réponse au problème et justifier la démarche.

On cherche $v_n > 10000$. En testant différentes valeurs de n , on obtient :

$$v_{50} = 5000 + 100 \times 50 = 10000$$

Le nombre d'auditeurs aura doublé (10 millions) à l'année $2015+50$, soit en 2065, si la radio existe encore et que le modèle reste pertinent...

(On peut aussi résoudre l'équation $5000 + 100n = 10000$)