

Étude d'une entreprise

Sur 8 points Les trois parties de l'exercice sont indépendantes.

L'entreprise TradiPeint fabrique et commercialise des peintures.

Partie A : Les cadres et les actionnaires dans l'entreprise TradiPeint

Parmi les personnes travaillant dans l'entreprise TradiPeint, certaines occupent un emploi de cadre, certaines sont actionnaires de cette entreprise.

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 280 personnes travaillant dans l'entreprise TradiPeint parmi les cadres et les actionnaires.

	Cadres	Non cadres	Total
Actionnaires	48	72	120
Non actionnaires	15	145	160
Total	63	217	280

1- Les fréquences demandées seront exprimées en pourcentage et arrondies à 0,1 % si besoin.

1-a- Calculer la fréquence des cadres parmi les personnes travaillant dans l'entreprise TradiPeint.

$$f_1 = \frac{63}{280} \times 100 = 22,5 \%$$

1-b- Calculer la fréquence des actionnaires de l'entreprise TradiPeint parmi les cadres de cette entreprise.

$$f_2 = \frac{48}{63} \times 100 = 76,2 \%$$

2- On choisit au hasard une personne parmi les 280 qui travaillent dans l'entreprise TradiPeint. On note :

- A l'événement : « la personne choisie est actionnaire de l'entreprise TradiPeint » ;
- C l'événement : « la personne choisie occupe un emploi de cadre dans l'entreprise TradiPeint ».

Les probabilités demandées seront exprimées sous forme de fractions irréductibles.

2-a- Calculer la probabilité p de l'événement : « la personne choisie est actionnaire de l'entreprise TradiPeint et occupe un emploi de cadre dans cette entreprise ».

$$p(A \cap C) = \frac{48}{280} = \frac{6}{35}$$

2-b- Calculer $P_A(C)$.

$$P_A(C) = \frac{48}{63} = \frac{16}{21}$$

Partie B : La prime de fin d'année

Tous les salariés de l'entreprise TradiPeint reçoivent en fin d'année une prime.

En 2010, cette prime s'élevait à 500 euros et depuis, elle a été augmentée de 5 % chaque année.

3- Calculer le montant de la prime perçue par un salarié en 2011 puis en 2012.

Une augmentation de 5 % correspond à un coefficient multiplicateur de 1,05. Pour connaître la prime l'année suivante, on multiplie donc par 1,05 :

$$Prime_{2011} = 500 \times 1,05 = 525 \text{ €}$$

$$Prime_{2012} = 525 \times 1,05 = 551,25 \text{ €}$$

4- On choisit de modéliser le montant de la prime perçue par un salarié par une suite (u_n) où u_n désigne le montant de la prime perçue par un salarié au cours de l'année 2010+n, avec n entier naturel. Ainsi $u_0 = 500$.

4-a- Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.

Pour connaître la prime l'année suivante, on multiplie par le coefficient multiplicateur de 1,05. La suite est donc géométrique de raison $q=1,05$.

4-b- Calculer le montant de la prime perçue par un salarié en 2022.

2022 correspond à $n=12$

Le terme général d'une suite géométrique est : $u_n = u_0 \times q^n$

et dans notre cas : $u_n = 500 \times 1,05^n$

Alors $u_{12} = 500 \times 1,05^{12} = 897,93$

La prime reçue par le salarié en 2022 est de 897,93€.

Partie C : L'étude d'un bénéfice

Des études ont été réalisées au sein des différents secteurs de l'entreprise TradiPeint avant le lancement d'une nouvelle gamme de peintures nommée « Green Renovation ».

La capacité maximale de production de cette gamme de peintures s'élève à 40 000 litres par mois.

On choisit de modéliser le résultat mensuel, exprimé en centaines d'euros, pour la fabrication et la

vente de x milliers de litres de peinture de la gamme « Green Renovation » par la fonction B définie sur l'intervalle $[0; 40]$ par

$$B(x) = -2x^2 + 100x - 400.$$

On rappelle que l'on parle de bénéfice lorsque le résultat est positif.

5- B est dérivable sur l'intervalle $[0; 40]$; on désigne par B' la fonction dérivée. Calculer $B'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 40]$.

$$B'(x) = -4x + 100$$

6- Dresser le tableau des variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 40]$.

$$B'(x) = 0 \quad \text{si} \quad -4x + 100 = 0$$

$$100 = 4x$$

$$x = 100/4 = 25$$

x	0	25	40
Signe de $B'(x)$	+	0	-
$B(x)$	-400	850	400

7- En déduire le nombre de litres de peinture de la gamme « Green Renovation » que l'entreprise devra produire et vendre par mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quelle est la valeur, en euro, de ce bénéfice maximal ?

Le bénéfice est maximal lorsque la dérivée B' est égale à 0. D'après le tableau de variations, la valeur de la fonction B est alors $B(25) = 850$.

Le bénéfice maximal correspond donc à 25000 litres de peinture et sa valeur est de 85000€.