Gestion d'un parc animalier

Partie A

En janvier 2022, on dénombre, dans un parc animalier, 27 sangliers. Comme leur nombre peut s'accroître très rapidement, la direction du parc fait en sorte que la population de sanglier augmente de 5 unités tous les 1er janvier par rapport à l'année précédente.

On représente le nombre de sangliers dans ce parc par une suite (u_n), ainsi pour tout entier naturel n, u_n désigne le nombre de sangliers le 1er janvier de l'année $2022+n$.

Ainsi $u_0=27$.

1- Calculer u_1.

(u_n) est une suite arithmétique, de raison r=5

$\boxed{u_1=u_0+5=27+5=32}$

2- Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n. Expliquer la démarche.

On demande ici le terme général de la suite : $\boxed{u_n=u_0+n\times r}$

Donc ici : $\boxed{u_n=27+5n}$

3- En déduire alors le nombre de sangliers le 1er janvier 2035.

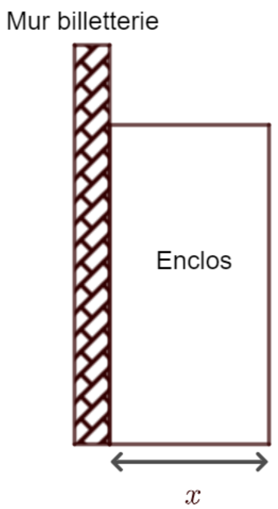
2035 correspond à 2022+13, donc n=13.

$\boxed{U_{35}=27+5\times 13=92}$

D'après ce modèle, on peut estimer la population de sangliers en 2035 à 92 individus.

Partie B

Pour aider à réguler la population de sangliers, il est décidé de créer un enclos rectangulaire pour les marcassins (les jeunes sangliers) contre le mur de la billetterie. Pour cet enclos, on dispose d'un grillage de 50 mètres de long et on veut que la largeur ne dépasse pas 15 mètres.
La situation est représentée sur le schéma ci-contre où x désigne la largeur de l'enclos.



4- Justifier que l'aire de cet enclos est égale à $50x-2x^2$.

$\boxed{largeur=x}$

On utilise un grillage de 50m, donc : $\boxed{2 \times largeur + longueur = 50}$ **car on ne clôture pas le mur.**
soit $\boxed{longueur = 50 - 2x}$

$\boxed{Aire = longueur \times largeur}$
$\boxed{Aire = x \times (50 - 2x)}$
$\boxed{Aire = 50x - 2x^2.}$

5- On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;15]$ par

$$f(x) = 50x - 2x^2$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0;15]$.
On note f' la dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(x)$.

$\boxed{f'(x) = 50 - 4x}$

6- Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;15]$.

$\boxed{f'(x) = 0}$ si $\boxed{50 - 4x = 0}$

$\boxed{50 = 4x}$

$\boxed{x = 50/4 = 12{,}5}$

x	0		12,5		15
Signe de $f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	$\nearrow$	312,5	$\searrow$	175

7- En déduire l'aire maximale que peut avoir l'enclos. Expliquer la démarche.

L'aire est maximale lorsque la dérivée f' est égale à 0. D'après le tableau de variations, la valeur de la fonction f est alors $\boxed{f(12{,}5) = 312{,}5}$ **.**

L'aire maximale est donc de 312,5 m².

Partie C

Un certain jour, 350 visiteurs ont visité le parc et un sondage a été effectué à leur sortie selon leur provenance (Ville ou Campagne), et selon leur sentiment après la visite (Ravi ou Déçu). Certaines données sont rassemblées dans le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Ville	**Campagne**	**Total**
Ravi	**95**	130	**225**

Déçu	55	**70**	**125**
Total	**150**	200	350

8- Recopier et compléter le tableau d'effectifs.

On complète via des additions et des soustractions.

On choisit au hasard la fiche réponse au sondage d'un visiteur.

Les résultats des probabilités seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2}. **(= à 2 chiffres après la virgule)**

9- Calculer la probabilité que le visiteur choisi vienne de la campagne.

$$\boxed{p(C)=\frac{200}{350}=0,57}$$

10- Calculer la probabilité que le visiteur choisi vienne de la campagne et soit ravi de sa visite.

$$\boxed{p(C\cap R)=\frac{130}{350}=0,37}$$

11- On interroge un visiteur qui vient de la campagne. Calculer la probabilité qu'il soit ravi de sa visite.

$$\boxed{p_C(R)=\frac{130}{200}=0,65}$$