ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

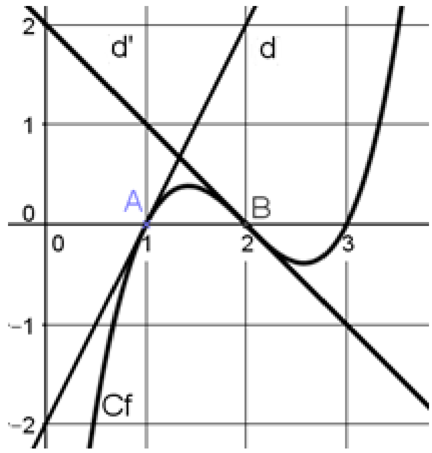
Nombre total de pages : 6

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

La courbe ci-contre Cf est la représentation graphique, dans un repère orthonormé, d'une fonction f. Les droites d et d' sont respectivement les tangentes à la courbe Cf aux points d'abscisses 1 et 2.
Les équations réduites de d et d' sont respectivement :
d : $y = 2x - 2$ et d' : $y = -x + 2$.



Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

Proposition A : $f'(1) = 0$ **Proposition B :** $f'(2) = 2$

Proposition C : $f'(2) = -1$ **Proposition D :** $f'(1) = -2$

Question 2

Soit $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin x = \frac{1}{2}$.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

Proposition A : $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Proposition B :** $x = \frac{\pi}{6}$

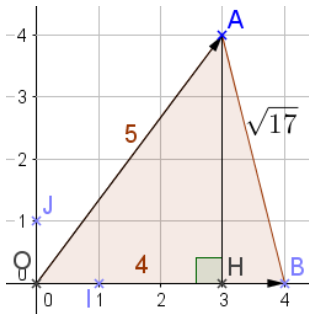
Proposition C : $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **Proposition D :** $x = -\frac{7\pi}{6}$

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* **:**
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat : **N° d'inscription :**
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

Question 3

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.

Soit A et B deux points de coordonnées respectives (3 ; 4) et (4 ; 0).



Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

Proposition A : $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 20$

Proposition B : $\sin(\widehat{AOB}) = \frac{\sqrt{17}}{5}$

Proposition C : $\cos(\widehat{AOB}) = \frac{4}{5}$

Proposition D : $\sin(\widehat{AOB}) = \frac{4}{5}$

Question 4

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.

Soit d une droite dont une équation cartésienne est : $3x + 2y - 10 = 0$.

Une équation cartésienne de la droite d' perpendiculaire à la droite d et passant par le point A de coordonnées (1 ; 2) est :

Proposition A : $3x + 2y - 7 = 0$

Proposition B : $2x + 3y - 8 = 0$

Proposition C : $2x - 3y + 4 = 0$

Proposition D : $3x - 2y + 1 = 0$

Question 5

Soit (O, I, J) un repère orthonormé du plan.

Soit A et B deux points de coordonnées respectives (1 ; 2) et (5 ; -2).

Une équation cartésienne du cercle C de diamètre [AB] est :

Proposition A : $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$

Proposition B : $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 32$

Proposition C : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$

Proposition D : $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0$

Exercice 2 (5 points)

Une balle en caoutchouc est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur de 2 mètres au-dessus du sol.
Le choc n'étant pas parfaitement élastique, la balle rebondit jusqu'à une hauteur de 1,60 mètre et continue à rebondir, en atteignant après chaque rebond une hauteur égale au $\frac{4}{5}$ de la hauteur du rebond précédent.

On modélise les hauteurs atteintes par la balle par une suite (h_n) où pour tout entier naturel n, h_n est la hauteur, exprimée en mètres, atteinte par la balle au n-ième rebond. On a alors $h_0 = 2$.

1. **a.** Donner h_1 et h_2 .
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer h_{n+1} en fonction de h_n.
   c. En déduire la nature de la suite (h_n). On précisera sa raison et son premier terme.
   d. Déterminer le sens de variation de la suite (h_n).

2. Déterminer le nombre minimal N de rebonds à partir duquel la hauteur atteinte par la balle est inférieure à 20 cm. Expliquer la démarche employée.

Exercice 3 (5 points)

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert : un assortiment de macarons et une part de tarte tatin. Des études statistiques montrent que :

- l'assortiment de macarons est choisi par 50 % des clients ;
- la part de tarte tatin, est choisie par 30 % des clients ;
- 20 % des clients ne prennent pas de dessert ;
- aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que :

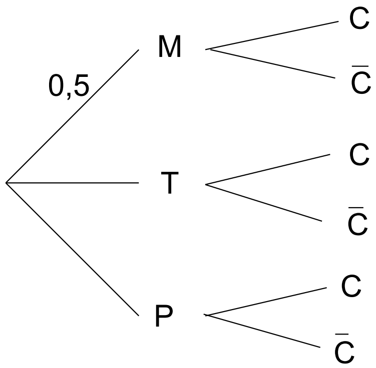
- parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant.
On note les événements suivants :

- M : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
- T : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
- P : « Le client ne prend pas de dessert » ;
- C : « Le client prend un café » et $\overline{\mathrm{C}}$ l'événement contraire de C.

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $P(\mathrm{T})$ probabilité de T et celle de $P_{\mathrm{T}}(\mathrm{C})$ probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.

2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



3. a. Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $\mathrm{M} \cap \mathrm{C}$ puis calculer $P(\mathrm{M} \cap \mathrm{C})$.

b. Montrer que $P(\mathrm{C}) = 0{,}76$.

4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café? (*On donnera le résultat arrondi au centième*).

Exercice 4 (5 points)

Une entreprise vend des smartphones d'un seul modèle « haut de gamme ».
Le service marketing modélise le nombre de smartphones modèle « haut de gamme » vendus par trimestre en fonction du prix de vente x par la fonction N définie par $N(x) = 100\mathrm{e}^{-2x}$ où :

- x est le prix de vente **en milliers d'euros** d'un smartphone modèle « haut de gamme ». Le prix du smartphone modèle « haut de gamme » est compris entre 400€ et 2000€ ; on a donc $x \in [0{,}4\ ;\ 2]$.
- $N(x)$ est le nombre de smartphones modèle « haut de gamme » vendus trimestriellement en **millions d'unités**.

1. Si le service commercial fixe le prix de vente de ce smartphone modèle « haut de gamme » à 1000 €, quel sera le nombre de smartphones vendus trimestriellement ? On arrondira le résultat à mille unités.

La recette trimestrielle $R(x)$ est obtenue en multipliant le nombre de smartphones modèle « haut de gamme » vendus par le prix de vente. On obtient $R(x) = x \times N(x)$ en **milliards d'euros.**
Le coût de production en milliards d'euros en fonction du nombre de smartphones modèle « haut de gamme » fabriqués est modélisé par la fonction C définie par $C(x) = 0{,}4 \times N(x)$ où x est le prix de vente **en milliers d'euros**.
Le bénéfice est obtenu en calculant la différence entre la recette et le coût de production.

2. Vérifier que le bénéfice trimestriel peut être estimé à 8,120 milliards d'euros pour un prix de vente 1000 €.
3. Montrer que le bénéfice trimestriel s'exprime en milliards d'euros en fonction du prix de vente x en milliers d'euros par : $B(x) = (100x - 40)\ \mathrm{e}^{-2x}$.
4. On admet que pour tout réel $x \in [0{,}4\ ;\ 2]$, $B'(x) = (180 - 200x)\mathrm{e}^{-2x}$.
   Étudier les variations de la fonction B sur l'intervalle $[0{,}4\ ;\ 2]$.
5. À quel prix faut-il vendre ces smartphones pour assurer un bénéfice maximal ?